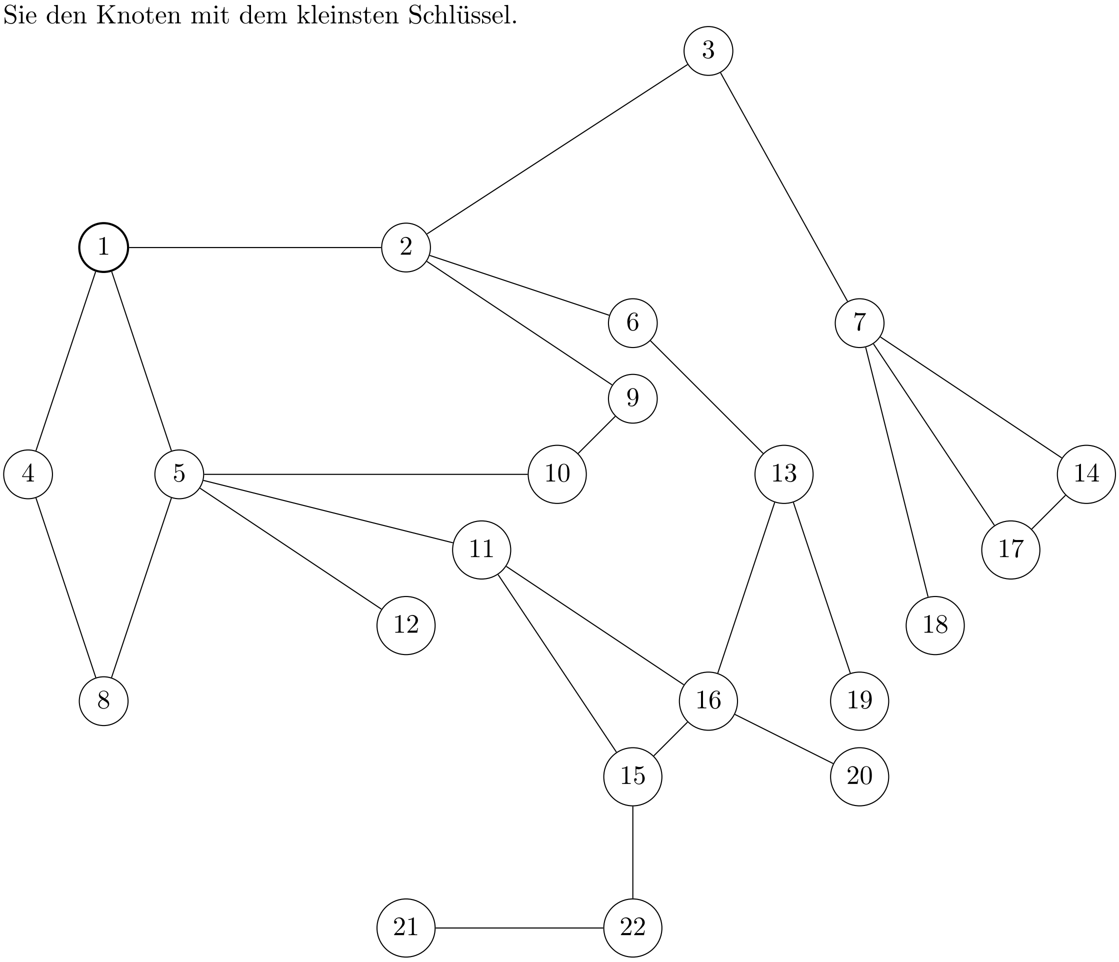
Allgemeine Hinweise:

- Die **Hausaufgaben** sollen in Gruppen von je **2 bis 3 Studierenden** aus der **gleichen Kleingruppenübung (Tutorium)** bearbeitet werden. **Namen und Matrikelnummern** der Studierenden sind auf jedes Blatt der Abgabe zu schreiben. **Heften bzw. tackern Sie die Blätter!**
- Die **Nummer der Übungsgruppe** muss **links oben** auf das **erste Blatt** der Abgabe geschrieben werden. Notieren Sie die Gruppennummer gut sichtbar, damit wir besser sortieren können.
- Die Lösungen müssen **bis Montag, den 30.06.2014 um 9:00 Uhr** in den entsprechenden Übungskasten eingeworfen werden. Sie finden die Kästen am Eingang Halifaxstr. des Informatikzentrums (Ahornstr. 55). Alternativ können Sie die Lösungen auch in Ihrem Tutorium vor der Abgabefrist direkt bei Ihrer Tutorin/Ihrem Tutor abgeben.
- Die in der Vorlesung am Freitag den 20.06. nur kurz vorgestellten Algorithmen zur Tiefen- und Breitensuche sind auf den Folien zur Vorlesung vollständig zu finden.

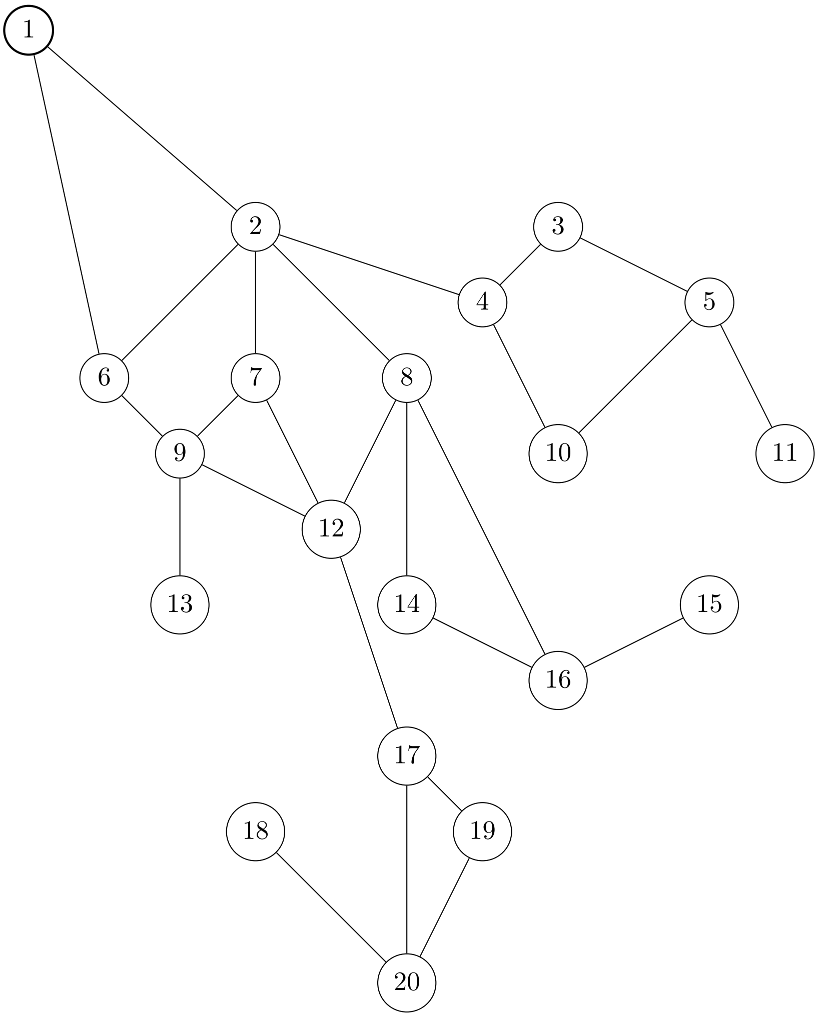
Tutoraufgabe 1 (Suchen in Graphen):

a) Geben Sie die Reihenfolge an, in der die Knoten besucht werden, wenn auf dem folgenden Graphen **Breitensuche** ausgehend von Knoten **1** ausgeführt wird. Wenn mehrere Knoten zur Wahl stehen, wählen Sie den Knoten mit dem kleinsten Schlüssel.



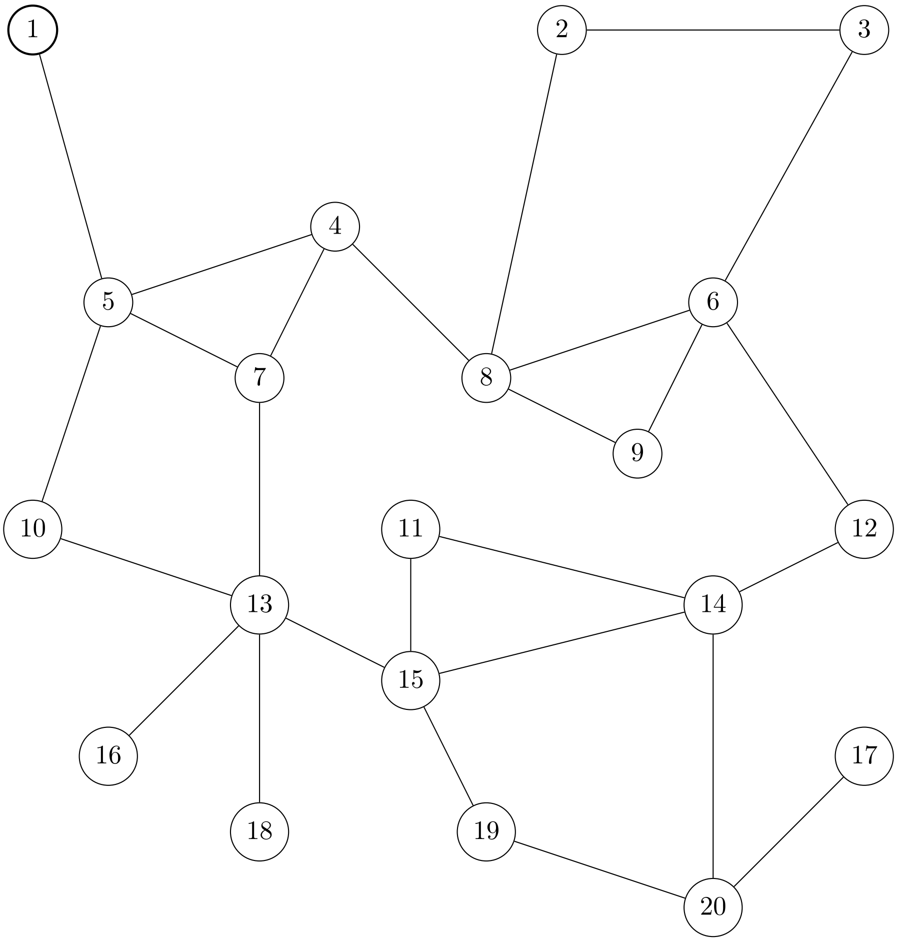
b) Geben Sie die Reihenfolge an, in der die Knoten besucht werden, wenn auf dem folgenden Graphen **Tiefensuche** ausgehend von Knoten **1** ausgeführt wird. Wenn mehrere Knoten zur Wahl stehen, wählen

Sie den Knoten mit dem kleinsten Schlüssel.

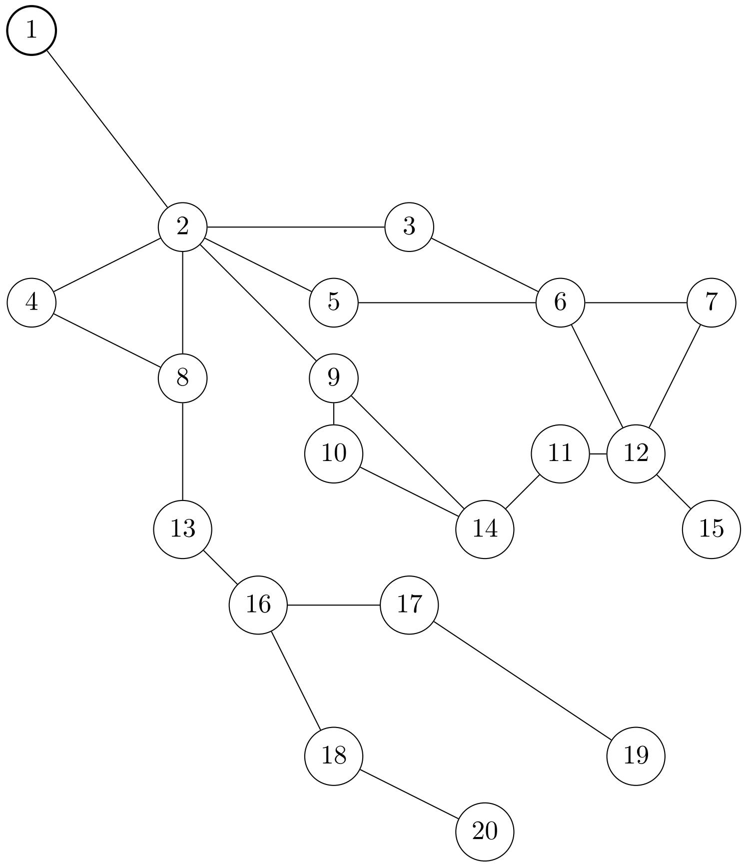


Aufgabe 2 (Suchen in Graphen): (1,5 + 1,5 = 3 Punkte)

a) Geben Sie die Reihenfolge an, in der die Knoten besucht werden, wenn auf dem folgenden Graphen **Breitensuche** ausgehend von Knoten **1** ausgeführt wird. Wenn mehrere Knoten zur Wahl stehen, wählen Sie den Knoten mit dem kleinsten Schlüssel.

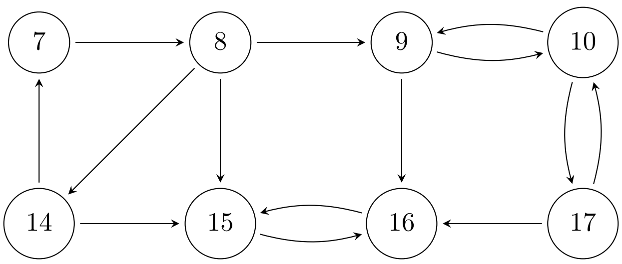


b) Geben Sie die Reihenfolge an, in der die Knoten besucht werden, wenn auf dem folgenden Graphen **Tiefensuche** ausgehend von Knoten **1** ausgeführt wird. Wenn mehrere Knoten zur Wahl stehen, wählen Sie den Knoten mit dem kleinsten Schlüssel.



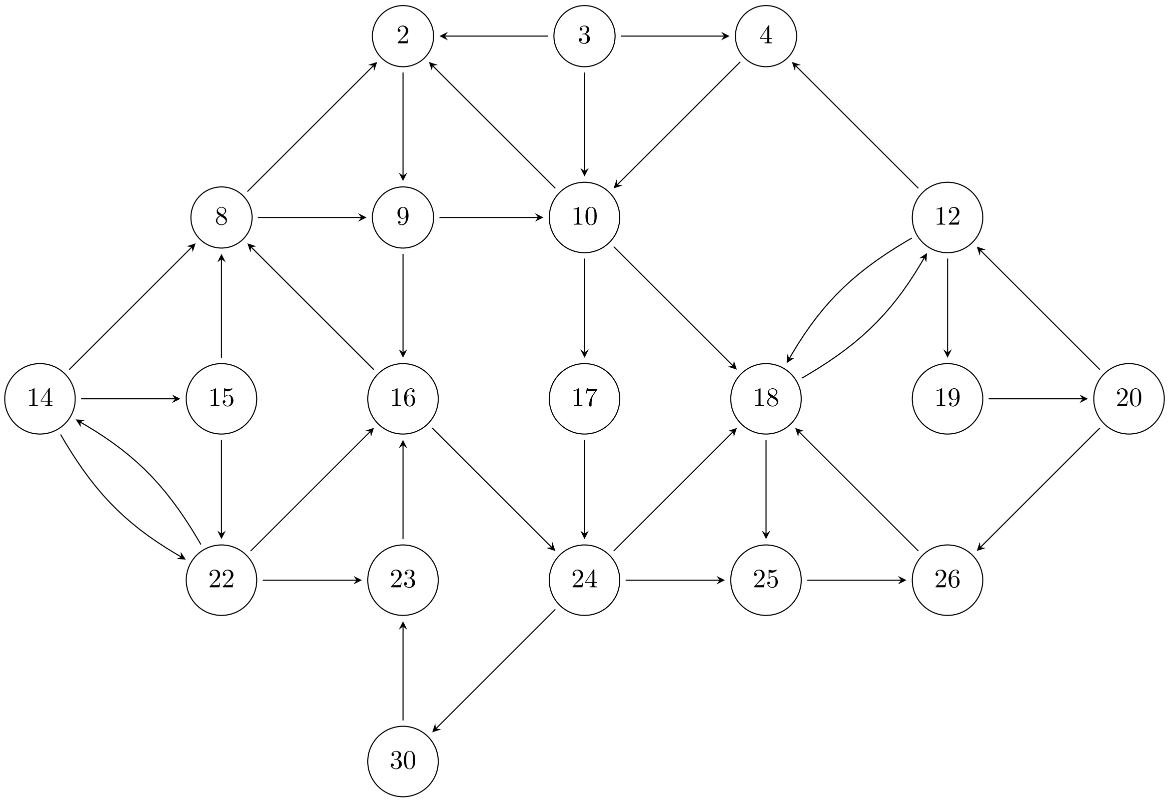
Tutoraufgabe 3 (Zusammenhangskomponenten):

Geben Sie alle starken Zusammenhangskomponenten im folgenden Graph an. Für jede dieser starken Zusammenhangskomponenten reicht es die Menge der Knoten anzugeben, die darin auftreten.



Aufgabe 4 (Zusammenhangskomponenten): (2 Punkte)

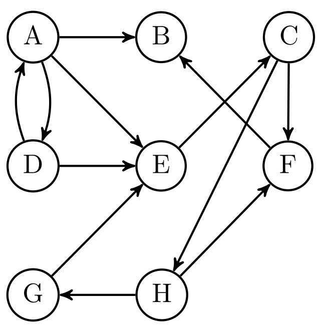
Geben Sie alle starken Zusammenhangskomponenten im folgenden Graph an. Für jede dieser starken Zusammenhangskomponenten reicht es die Menge der Knoten anzugeben, die darin auftreten.



Tutoraufgabe 5 (Beweis):

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph mit k starken Zusammenhangskomponenten $G_1 = (V_1, E_1), \ldots, G_k = (V_k, E_k)$.
Die *Transposition* von G ist der Graph $G^T = (V, E^T)$, wobei $(u, v) \in E^T \iff (v, u) \in E$ gilt. Intuitiv entsteht die Transposition eines Graphen also dadurch, dass man einfach alle Kanten umdreht.
Die *Kondensation* von G ist der Graph $G\downarrow = (\{V_1, \ldots, V_k\}, E')$, wobei $(V_i, V_j) \in E' \iff i \neq j \wedge \exists u \in V_i, v \in V_j : (u, v) \in E$ gilt. Intuitiv ist die Kondensation eines Graphen also die Reduzierung des Graphen auf seine starken Zusammenhangskomponenten – diese Teilgraphen werden in der Kondensation zu jeweils einem einzigen Knoten zusammengefasst.

a) Betrachten Sie den folgenden gerichteten Graphen G_1:



Geben Sie die Kondensation $G_1\downarrow$ von G_1 an. Beschriften Sie die Knoten in der Kondensation mit den Namen aller Knoten, die zur jeweiligen starken Zusammenhangskomponente gehören. Bilden beispielsweise die Knoten 1 und 3 eine starke Zusammenhangskomponente, so sieht der zugehörige Knoten in der Kondensation wie folgt aus:

b) Geben Sie die Transposition G_1^T des Graphen G_1 aus der vorherigen Teilaufgabe an.

c) Zeigen Sie, dass für jeden gerichteten Graphen G gilt, dass die Transposition der Kondensation von G gleich der Kondensation der Transposition von G ist:

$$(G\downarrow)^T \;=\; (G^T)\downarrow$$

Aufgabe 6 (Beweis): (8 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender, ungerichteter und azyklischer Graph (also ein Baum) und $v \in V$. Bestimmen Sie die Länge des kürzesten Pfades von v nach v, der jede Kante aus E mindestens einmal enthält. Beweisen Sie Ihr Ergebnis formal.