

# Satisfiability Checking

## SAT-Solving Example I

Prof. Dr. Erika Ábrahám

RWTH Aachen University  
Informatik 2  
LuFG Theory of Hybrid Systems

WS 19/20

- We use enumeration and propagation in DPLL-style for the search, and CDCL-style conflict resolution for backtracking.
- We use watched literals to speed up propagation.
- We use VSIDS as variable ordering heuristics and assign the value *false* to decision variables.
- In VSIDS, to order variables with the same activity value, we use the lexicographic order; in our example this will be  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ .

# Example

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

# Example

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

Decide  $\neg x_1$

# Example

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Propagate  $\neg x_1$  in

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

# Example

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

Propagate  $\neg x_1$  in  $c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4)$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

Propagate  $\neg x_1$  in  $c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Propagate  $\neg x_1$  in

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

$c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4)$



# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  ~~$c_1$~~ ,  ~~$c_3$~~   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

Propagate  $\neg x_1$  in

$$c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4})$$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL

Decide  $\neg x_2$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Propagate  $\neg x_2$  in

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL

Propagate  $\neg x_2$  in  $c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

Propagate  $\neg x_2$  in  $c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow$  Assign  $x_4$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

Propagate  $\neg x_2$  in

$$c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4})$$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

Propagate  $\neg x_2$  in

$c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \rightarrow \not\downarrow$  conflict!

# Example

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

Conflict resolution:



# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

Conflict resolution: 
$$\frac{(x_2 \vee \neg x_4) \quad (x_1 \vee x_2 \vee x_4)}{(x_1 \vee x_2)}$$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Add conflict clause

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

Backtrack to DL1

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Assign  $x_2$  at DL1 by  $c_5$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1 : c_5$   
 $\neg x_1 :$   
 $x_2 : c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2 : c_3$   
 $x_3 : c_4$   
 $\neg x_3 :$   
 $x_4 : c_1, c_3$   
 $\neg x_4 : c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1 \quad 1$   
 $x_2 \quad 1$   
 $x_3 \quad 0$   
 $x_4 \quad 1$

Trail:

DL1:  $\neg x_1 : \text{NULL}$   
 $x_2 : c_5$

Propagate  $x_2$  in

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$

Propagate  $x_2$  in  $c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4})$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_2$  in  $c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow$  Assign  $x_4$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_4$  in



# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_4$  in  $c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4})$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_4$  in  $c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \rightarrow$  O.K.

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_4$  in  $c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1 : c_5$   
 $\neg x_1 :$   
 $x_2 : c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2 : c_3$   
 $x_3 : c_4$   
 $\neg x_3 :$   
 $x_4 : c_1, c_3$   
 $\neg x_4 : c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1 \quad 1$   
 $x_2 \quad 1$   
 $x_3 \quad 0$   
 $x_4 \quad 1$

Trail:

DL1:  $\neg x_1 : \text{NULL}$   
 $x_2 : c_5$   
 $x_4 : c_3$   
 $x_3 : c_4$

Propagate  $x_4$  in  $c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \rightarrow$  Assign  $x_3$

# Example

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2,$

→ SAT

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$